

Вопросы по предыдущей лекции:

1. Какие бывают 2 типа воспламенения?
2. Что происходит при $q_1 > q_2$?
3. Что происходит при $q_1 < q_2$?
4. Что происходит при $q_1 = q_2$?
5. Чем отличаются I и II стационарные режимы горения?
6. Критический режим горения является устойчивым или неустойчивым?
7. Изобразите схематически на графике взаимное расположение кривых тепловыделения и теплоотвода в следующих случаях:
 - а) при стационарном горении;
 - б) при нестационарном горении;
 - в) при критическом режиме.
8. Чему равен максимальный разогрев системы при горении?

Лекция 6



Теория теплового взрыва по Франк-Каменецкому
(стационарное одномерное приближение)

Приближения и предположения:

1. $\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad T=T(x)$

2. $T_w = T_0$

3. $c_i = \text{const}$

4. $v=0$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p \vec{v}, \text{grad}T) = \lambda \Delta T + \rho Q w_A$$

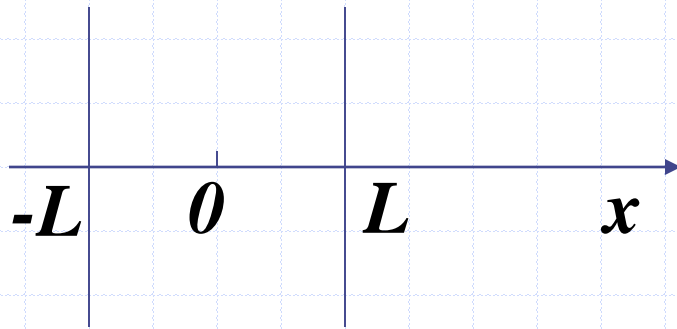
=0

=0

$$= \lambda \frac{d^2 T}{dx^2}$$

Уравнение энергии в стационарном одномерном приближении:

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + \rho Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT}} = 0 \quad (1)$$



Граничные условия:

1) $x=0$:

$$\frac{dT}{dx} = 0$$

2) $x=L$:

$$T = T_w = T_0$$

Безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \Theta = \frac{E}{RT_0^2}(T - T_0)$$

$$e^{-\frac{E}{RT}} = |T = T_0 + \Delta T| = e^{-\frac{E}{R(T_0 + \Delta T)}} = e^{-\frac{E}{RT_0 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_0}\right)}}$$

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{1 + \frac{\Delta T}{T_0}} \approx 1 - \frac{\Delta T}{T_0} \quad \Delta T = T - T_0$$

$$e^{-\frac{E}{RT}} \approx e^{-\frac{E}{RT_0} \left(1 - \frac{\Delta T}{T_0}\right)} = e^{-\frac{E}{RT_0} + \frac{E}{RT_0^2} \Delta T} = e^{-\frac{E}{RT_0}} e^{\frac{E}{RT_0^2} (T - T_0)}$$

$$e^{-\frac{E}{RT}} \approx e^{-\frac{E}{RT_0}} e^{\Theta} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{B} \quad (1)$$

$$\frac{d\Theta}{d\xi} = \frac{d}{d(x/L)} \left(\frac{E}{RT_0^2} (T - T_0) \right) = \frac{EL}{RT_0^2} \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{d^2\Theta}{d\xi^2} = \frac{d}{d\xi} \left(\frac{d\Theta}{d\xi} \right) = L \frac{d}{dx} \left(\frac{EL}{RT_0^2} \frac{dT}{dx} \right) = \frac{EL^2}{RT_0^2} \frac{d^2T}{dx^2}$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{RT_0^2}{EL^2} \frac{d^2\Theta}{d\xi^2} \Rightarrow \lambda \frac{RT_0^2}{EL^2} \frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \rho Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}} e^\Theta = 0$$

$$\frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \frac{EL^2 \rho Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}}}{\lambda RT_0^2} e^\Theta = 0$$

$$\delta = \frac{EL^2 \rho Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}}}{\lambda RT_0^2}$$

$$\frac{d^2\Theta}{d\xi^2} + \delta e^\Theta = 0 \quad (2)$$

Граничные условия:

$$x = \frac{\xi}{L},$$

1) $\xi=0$: $\frac{d\Theta}{d\xi} = \frac{EL}{RT_0^2} \frac{dT}{dx} = 0$

$$\Theta = \frac{E}{RT_0^2} (T - T_0)$$

2) $\xi=1$: $\Theta = 0$

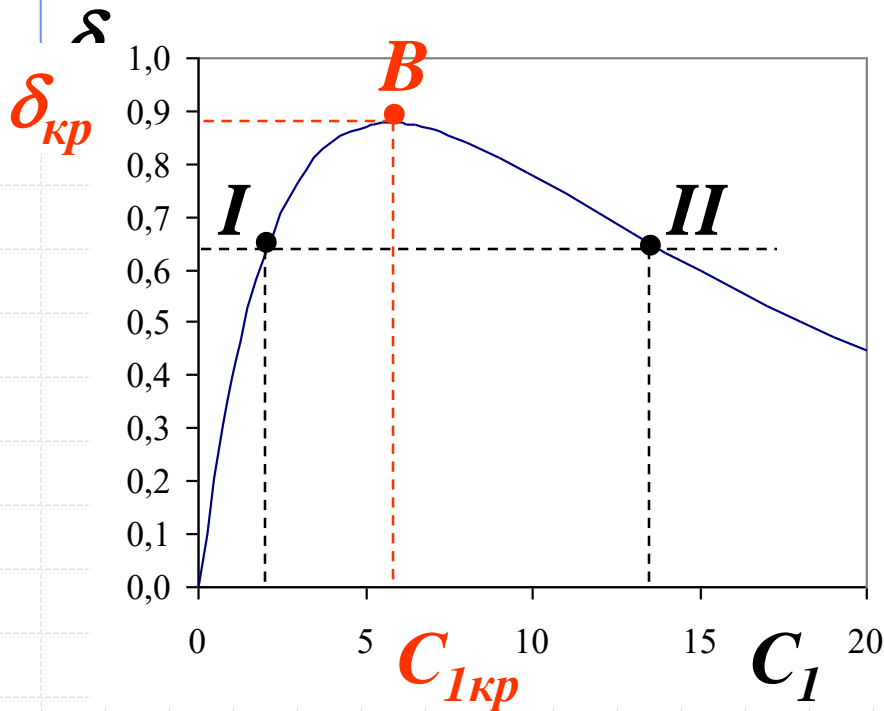
Решение уравнения (2): $\Theta = \ln \frac{C_1}{2\delta} - \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}(C_2 - \xi)}{2}$ (3)

1) $\frac{d\Theta}{d\xi} = - \frac{1}{ch^2 \frac{\sqrt{C_1}(C_2 - \xi)}{2}} \cdot 2ch \frac{\sqrt{C_1}(C_2 - \xi)}{2} \cdot sh \frac{\sqrt{C_1}(C_2 - \xi)}{2} \left(- \frac{\sqrt{C_1}}{2} \right) = 0$

$\sqrt{C_1} th \frac{\sqrt{C_1} C_2}{2} = 0$ Если $C_1=0$, то $\Theta = \ln 0 = \infty \Rightarrow C_2=0$

$$2) \quad \Theta = \ln \frac{C_1}{2\delta} - \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} \xi \Big|_{\xi=1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{C_1}{2\delta} = \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2}$$

$$\frac{C_1}{2\delta} = ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} \quad \Rightarrow \quad \delta = \frac{C_1}{2ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2}}$$



$$\delta_{kp} = 0,88$$

$$C_{1kp} = 5,76$$

Решение уравнения (2):

$$(3): \quad \Theta = \ln \frac{C_1}{2\delta} - \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} \xi \quad (4)$$

При $\xi=0$ $\Theta = \Theta_{\max}$ \Rightarrow $\Theta_{\max} = \ln \frac{C_1}{2\delta}$

$$(4): \quad \Theta = \Theta_{\max} - \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} \xi \quad (5)$$

При $\xi=1$ $\Theta = 0$ \Rightarrow $\Theta_{\max} = \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2}$

$$(5): \quad \Theta = \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} - \ln ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} \xi \quad \Theta = \ln \frac{ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2}}{ch^2 \frac{\sqrt{C_1}}{2} \xi} \quad (6)$$

Цилиндрическая камера сгорания:

$$\frac{d^2 \Theta}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{d\Theta}{d\xi} + \delta e^\Theta = 0 \quad \delta_{кр} = 2,0$$

Сферическая камера сгорания:

$$\frac{d^2 \Theta}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{d\Theta}{d\xi} + \delta e^\Theta = 0 \quad \delta_{кр} = 3,32$$